

PREGUNTAS TIPO TEST

Conteste a un máximo de 10 cuestiones.

1. Sea  $A$  la matriz real (con  $a, b, c$  arbitrarios)

Entonces, se cumple:

- a) Si  $ac = 0$ , entonces  $\text{rango } A \leq 1$ .
- b) Si  $a + b + c = 1$ , entonces  $\text{rango } A = 1$ .
- c) Ninguna de las anteriores

2. Consideramos la matriz real

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 2 & 0 \\ b & 0 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Si  $b \neq 0$ , la matriz  $A$  es invertible.
- b) Si  $b = 1$ ,  $\text{rango}(A) \leq 3$ .
- c) Ninguna de las anteriores

3. Sea  $A$  una matriz real  $2 \times 2$  tal que su traza (es decir, la suma de los elementos de su diagonal principal) es 5 y su determinante 4. Entonces, la traza de  $A^{-1}$ :

- a) Es mayor que 1.
- b) Es menor que 1.
- c) Ninguna de las anteriores.

4. Para todo par  $A, B$  de matrices reales cuadradas, se cumple que

- a) Si  $A$  y  $B$  son diagonales, entonces  $\det(A+B) = \det(A) + \det(B)$ .
- b) Si  $A$  y  $B$  son diagonales, entonces  $\text{rango}(A+B) = \text{rang}(A) + \text{rango}(B)$ .
- c) Ninguna de las anteriores

5. Toda  $A$  matriz real  $n \times n$  arbitraria de rango  $r$ , cumple que

- a) Si  $A$  es simétrica, entonces  $r = n$ .
- b) La traspuesta  $A^T$  tiene rango  $\text{rango}(A^T) = n - r$ .
- c) Ninguna de las anteriores.

6. Dados el plano  $\pi \equiv 2x + y - 2z = -1$  y la recta

$$r: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+2}{1}$$

- a) La recta está contenida en el plano
- b) Distan 2 unidades
- c) Ninguna de las otras dos

7. En el espacio tridimensional, consideramos las rectas:

$$r: \begin{cases} x - 2y = 1 \\ z + y = a \end{cases} \quad y \quad s: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$$

- a) Son paralelas para todo valor de  $a$
- b) Se cortan para algún valor de  $a > 10$
- c) Ninguna de las anteriores

8. Si los puntos de coordenadas  $A = (1,0,0)$ ,  $B = (0,1,0)$ ,  $C = (0,0,1)$  son los vértices de un paralelogramo ABCD, entonces las coordenadas del vértice  $D = (x, y, z)$  cumple:

- a)  $x + y + z = 1$
- b)  $x + y + z = 0$
- c) Ninguna de las otras dos

9. El límite  $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \ln x - x + 1}{(x-1) \ln x}$

- a) Tiene un valor  $L$  comprendido entre  $(1/2, 3/2)$ .
- b) Tiene un valor  $L$  comprendido entre  $(0, 1/2)$ .
- c) Ninguna de las otras dos

10. El límite  $L = \lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln x$ , con  $n > 0$ :

- a) Tiene un valor  $L < 0$  independiente de  $n$
- b) No existe
- c) Ninguna de las otras dos

11. Para toda  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  función integrable, se cumple que:

- a) Si  $c > a$  y  $d > b$ , entonces  $\int_c^d f(x) dx \geq \int_a^b f(x) dx$ .
- b) Se cumple que  $\int_a^b f(-x) dx = \int_{-b}^{-a} f(x) dx$ .
- c) Ninguna de las otras dos

12. Se pregunta a 50 consumidoras si les gustan dos productos A y B. Hay 37 personas que a las que les gusta el producto A y, de ellas, hay 25 a las que también les gusta el producto B. Hay 3 personas a las que no les gusta ninguno de los dos. Se elige al azar una de las personas entre las que sí les gusta B. ¿Cuál es la probabilidad  $p$  de que no le guste A?

- a)  $0,25 < p < 0,3$ .
- b)  $0,2 < p < 0,25$ .
- c) Ninguna de las otras dos.

13. Se tienen dos sucesos A y B con probabilidades respectivas  $p(A) = 0,6$ , y  $p(B) = 0,7$

- a) Los sucesos A y B son tales que  $A \cup B$  es necesariamente el espacio total.
- b) Los sucesos A y B pueden ser disjuntos.
- c) Ninguna de las otras dos.

14. Un dado no truncado se lanza 6 veces consecutivas. ¿Cuál es la probabilidad  $p$  de que ningún número se repita?

- a)  $0 < p < 0,016$ .
- b)  $0,016 < p < 0,1$ .
- c) Ninguna de las otras dos.

15. Se lanzan dos dados no cargados simultáneamente. Si la suma de los números que salen es 6, la probabilidad  $p$  de que en alguno de los dados haya salido un 5 cumple:

- a)  $0,2 < p < 0,3$ .
- b)  $0,35 < p < 0,45$ .
- c) Ninguna de las otras dos.

PREGUNTAS TIPO DESARROLLO

Elija una sola opción y conteste a los problemas en **hojas separadas**.

Opción 1

Hallar unas ecuaciones de la recta que pasa por el punto  $P(1, 0, 2)$  y se apoya en las rectas que se cruzan  $r_1$  y  $r_2$ , dadas por

$$r_1: \frac{x}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$$
$$r_2: \frac{x+1}{6} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{1}$$

2. Dos jugadores, A y B, están apostando a un juego de dados. El jugador A utiliza dos dados normales (no trucados), pero el jugador B utiliza un dado normal y otro trucado para que los resultados impares en este dado sean imposibles, mientras que los resultados pares sean equiprobables. Cada jugador lanza sus dos dados por turno y calcula la suma que ha obtenido en su lanzamiento. El juego consiste en que cada jugador apuesta previamente a un número: si ese número coincide con la suma que se obtiene al lanzar sus dados entonces gana el juego.

- ¿Cuáles son las probabilidades de ganar que tienen A y B respectivamente si ambos apuesta al 7?
- ¿Y si apuestan al 8?

Opción 2

3.

- ¿Cuál es el máximo número de vectores linealmente independientes que hay en el sistema

$$E = \{(1, 2, 3), (1, 1, 1), (1, 0, -1), (1, 2, 0)\}?$$

Mostrar explícitamente un conjunto de tales vectores.

- ¿Existe algún vector cuya segunda componente sea igual a la suma de las otras dos y que no sea combinación lineal de los dos primeros vectores de  $E$ ,  $(1, 2, 3)$  y  $(1, 1, 1)$ ?

4. Calcular el valor de las siguientes integrales definidas (donde  $\ln$  denota el logaritmo neperiano o natural):

- $\int_{e^{-3}}^{e^{-2}} \frac{dx}{x \ln(x)}$

- $\int_0^{\pi/4} \tan^2(x) dx$