

PREGUNTAS TIPO TEST

Conteste a un máximo de 10 cuestiones.

1. Sea la matriz real (con a , b y c arbitrarios)

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$$

- a) Si $ac = 0$, entonces $\text{rango}(A) \leq 1$.
- b) Si $a + b + c = 1$, entonces $\text{rango}(A) = 1$.
- c) Ninguna de las anteriores

2. Toda A matriz real 3×3 antisimétrica cumple

- a) $\det(A) = 0$.
- b) Si $\det(A) = 0$, entonces A es la matriz nula.
- c) Ninguna de las otras dos.

3. Si la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & \lambda \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 \end{pmatrix}$$

es ortogonal, entonces:

- a) $\lambda > 0$.
- b) $\lambda < 0$.
- c) Ninguna de las anteriores

4. Toda A matriz real cuadrada tal que $A^2 = A$, cumple que

- a) $\det(A) > 0$.
- b) Si A es regular, $A = I$ (la matriz identidad).
- c) Ninguna de las anteriores.

5. Consideremos los planos $\pi: 2x + y + z = 1$, $\pi': x + y - z = 0$

- a) Son paralelos.
- b) Forman un ángulo de 45 grados.
- c) Ninguna de las otras dos.

6. Para todo par de vectores ortogonales u, v si α es el ángulo que forman u y $u - v$, entonces se cumple que:

a) $\cos^2 \alpha = \frac{\|u\|}{\|u\|^2 - \|v\|^2}$

b) $\cos \alpha = \frac{\|u\|}{\|u\|^2 + \|v\|^2}$

c) Ninguna de las otras dos.

7. En el espacio tridimensional se consideran el plano $\pi \equiv 3x - 2y - z = 2$ y la recta

$$r: \begin{cases} 2x + 2y + 2z = 1 \\ x + 3y - 3z = 3 \end{cases}$$

Entonces

a) El plano y la recta se cortan perpendicularmente.

b) La recta está contenido en el plano.

c) Ninguna de las otras dos.

8. La ecuación $x - z = 0$ es la de un plano en el espacio:

a) Que contiene a los ejes $0x$ y $0z$.

b) Que contiene al eje $0y$.

c) Ninguna de las otras dos

9. Para toda $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ función derivable en un intervalo abierto (a, b) , se cumple que

a) Si f' es creciente (a, b) , f es creciente en (a, b) .

b) Si f es creciente (a, b) , f' es creciente en (a, b) .

c) Ninguna de las otras dos

10. El valor de la integral

$$\int_0^2 \frac{3x^2}{2\sqrt{1+x^3}} dx$$

es

a) 2.

b) 1.

c) Ninguna de las otras dos

11. La gráfica de la función

$$f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$$

Tiene como asíntota la recta

a) $x = 3$.

b) $y = x + 2$

c) Ninguna de las otras dos

12. La función $f(x) = e^x + 4e^{-x}$, tiene como dominio

a) $\mathbb{R} - \{0\} = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$.

b) $\mathbb{R}^+ = (0, \infty)$.

c) Ninguna de las otras dos

13. Se lanza tres veces una moneda no trucada. ¿Cuál es la probabilidad p de obtener dos caras y una cruz?

- a) $0,2 < p < 0,33$.
- b) $0,35 < p < 0,5$.
- c) Ninguna de las otras dos.

14. Un dado no trucado tiene forma de tetraedro, con las caras numeradas 1, 2, 3, 4. Si se lanza dos veces, ¿cuál es la probabilidad p de que el número en la primera tirada sea estrictamente mayor que el número en la segunda tirada?

- a) $0,2 < p < 0,3$.
- b) $0,3 < p < 0,4$.
- c) Ninguna de las otras dos.

15. Un restaurante ofrece un menú con tres platos a elegir. Las opciones del primer plato son sopa o ensalada. Las del segundo, pollo o salteado de verduras, mientras que el postre puede ser helado o fruta. ¿Cuántos menús N diferentes son posibles?

- a) $N < 10$.
- b) $10 \leq N \leq 14$.
- c) Ninguna de las otras dos.

Elija una sola opción y conteste a los problemas en **hojas separadas**.

Opción 1

1 Sea la matriz $C = A^2 - 4A - 6B$ donde $A = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Estudie el rango de C en función del valor del número real a .

2 Dada la función $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$:

- a) (0,25 puntos) Estudiar su dominio.
- b) (0,75 puntos) Determinar sus asíntotas.
- c) (0,75 puntos) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- d) (0,75 puntos) Calcular sus extremos relativos y dar un esbozo de su gráfica.

Opción 2

3 Hallar las integrales indefinidas siguientes:

- a) (1 punto)

$$\int x e^{x^2} dx$$

- b) (1,5 puntos)

$$\int \sqrt{1 - x^2} dx$$

4 Se elige un número entero al azar entre 0 y 9999 (ambos incluidos). ¿Cual es la probabilidad de que el número elegido sea mayor que 4444 y múltiplo de 5?