

1- Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ -1 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

la suma de los elementos de la diagonal principal de la matriz $A - 3I$, siendo I la matriz identidad es:

- a) -5
- b) -3
- c) 0

2- La inversa de la matriz

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

es:

- a) $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
- b) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
- c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

3- Sean A y B dos matrices 2×2 . La igualdad:

$$(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$$

se cumple:

- a) siempre
- b) solo si $AB = BA$
- c) solo si $A = B$

4- Los vectores $\vec{v}_1 = (2, -1, 0)$, $\vec{v}_2 = (1, 2, 1)$ y $\vec{v}_3 = (3, 1, 1)$ son:

- a) son base de \mathbb{R}^3
- b) son linealmente independientes
- c) son linealmente dependientes

5- El rango de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

es:

- a) uno
- b) dos
- c) tres

6- Sea A una matriz cuadrada de tamaño 3×3 . Si el determinante de A es 3 entonces el determinante de la matriz inversa A^{-1} es:

- a) $\det(A^{-1}) = -3$
- b) $\det(A^{-1}) = 1/3$
- c) $\det(A^{-1}) = 3$

7- Toda matriz A que verifica que $A^4 = I$, siendo I la matriz identidad, satisface la siguiente propiedad:

- a) $A^{-1} = A^3$, siendo A^{-1} la matriz inversa
- b) el determinante de A es 1
- c) $A^2 = A^T$, siendo A^T la matriz traspuesta

8- Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

si X es la solución de la ecuación matricial:

$$AX + B + C = I,$$

siendo I la matriz identidad, entonces el elemento de la primera fila y la primera columna de X es:

- a) -3
- b) -2
- c) 3

9- El sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ x - y + 2z = -2 \\ 3x - y + 2z = 4 \end{cases}$$

- a) tiene una única solución
- b) no tiene solución
- c) tiene infinitas soluciones

10- El área del triángulo formado por los vértices $A(1, 1, 1)$, $B(2, 2, 2)$ y $C(0, 1, 1)$ es:

- a) 1
- b) $\sqrt{2}$
- c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

11- Las rectas $r : x - 1 = y + 1 = z - 2$ y

$$s : x + 2 = \frac{y + 2}{2} = \frac{z - 1}{4}$$

- a) no se cortan en ningún punto
- b) se cortan en un único punto
- c) son coincidentes

12- La ecuación del plano que es perpendicular a los planos $\pi_1 : x + y - z = 1$ y $\pi_2 : x - y + z = 7$ y pasa por el origen $P(0, 0, 0)$ es:

- a) $x - 2y + z = 0$
- b) $y = 0$
- c) $y + z = 0$

13- La distancia entre los planos

$$\pi_1 : x + 2y + z = 1 \text{ y } \pi_2 : x + 2y + z = 3$$

es:

- a) $2\sqrt{3}$
- b) 2
- c) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

14- Dado el plano

$$\pi : x + y - 2z = -1$$

y la recta

$$r : x - 1 = -y = z$$

se verifica que:

- a) la recta está contenida en el plano
- b) se cortan en un único punto
- c) la recta es paralela al plano y no se cortan

15- La ecuación del plano que pasa por los puntos $P(1, 0, 0)$, $Q(1, 1, 1)$ y $R(2, -1, 1)$ es:

- a) $2x + y - z = 2$
- b) $x + y - z = 1$
- c) $2x + y - 2z = 1$

PREGUNTAS TIPO DESARROLLO

Elija una sola opción y conteste a los problemas en **hojas separadas**.

Opción 1

Problema 1

Calcule las siguientes integrales

a) (1 punto)

$$\int x^3 \ln(x^4 + 1) dx$$

b) (0,75 puntos)

$$\int \frac{e^{2x} + 1}{(e^{2x} + 2x)^2} dx$$

c) (0,75 puntos)

$$\int \frac{1}{(x + 1)^2 + 4} dx$$

Problema 2

Se considera la siguiente función:

$$f : \begin{matrix} [0, 2\pi] \subset \mathbb{R} \\ x \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} \mathbb{R} \\ \cos^2 x \end{matrix}$$

a) (0,5 puntos) Estudie si la función es par (es decir, verifica que $f(x) = f(-x)$ para todo $x \in [0, 2\pi]$) o es impar (es decir, verifica que $f(x) = -f(-x)$ para todo $x \in [0, 2\pi]$)

b) (1,5 puntos) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función y calcule los extremos relativos si existen (solo en el intervalo $[0, 2\pi]$)

c) (0,5 puntos) Haga un dibujo aproximado de la gráfica de f .

PREGUNTAS TIPO DESARROLLO

Elija una sola opción y conteste a los problemas en **hojas separadas**.

Opción 2

Problema 1

Pedro forma parte de un experimento médico que prueba el efecto de cierta medicina frente a una enfermedad. La mitad de las personas toman la medicina y la otra mitad toma una píldora de azúcar, que no tiene ningún efecto contra la enfermedad. La medicina tiene un 60% de éxito. Pero las personas que no toman la medicina todavía tienen un 10% de oportunidades de ponerse bien.

- a) (0.5 puntos) Dibuje un diagrama de árbol (o árbol de probabilidad) que recoja las probabilidades de los sucesos descritos.
- b) (1 punto) Calcule la probabilidad de que una persona escogida al azar se ponga bien.
- c) (1 punto) Si Pedro se ha curado, encuentre la probabilidad de que haya tomado la píldora de azúcar.

Problema 2

Dados dos sucesos A y B de un experimento aleatorio con probabilidades

$$p(A) = \frac{4}{9}, p(B) = \frac{1}{2} \text{ y } p(A \cup B) = \frac{2}{3}$$

se pide:

- a) (0,75 puntos) Comprobar si los sucesos A y B son independientes o no.
- b) (1 punto) Calcular $p(\overline{A}|B)$ siendo \overline{A} el suceso complementario de A .
- c) (0,75 puntos) Calcular la probabilidad de $\overline{A} \cup \overline{B}$.