
 03100825		Matemáticas (PCE)		100
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD		
	Junio - 2022	Duración: 90 min.	EXAMEN: Tipo - Mixto	MODELO 51
Material: Calculadora no programable				Hoja 1 de 10

MATEMÁTICAS (PRUEBA DE COMPETENCIA ESPECÍFICA)
INSTRUCCIONES GENERALES PARA LA PRUEBA Y CRITERIOS DE EVALUACIÓN

English translation available below

INSTRUCCIONES GENERALES

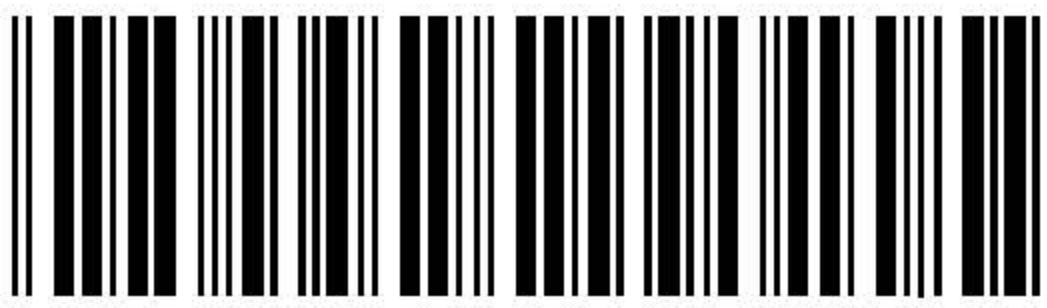

- Dispone de 90 minutos para realizar el examen.
- Se permite el uso de calculadora científica que **no** posea alguna de las siguientes capacidades: Cálculo estadístico, cálculo matricial, representación gráfica y lenguaje alguno de programación. No está permitido el uso de ordenadores, tablets, teléfonos, reloj inteligente, ni ningún tipo de material electrónico o aparatos de comunicación.
- Mientras tenga el examen en su poder **solo** puede comunicarse con los miembros del tribunal de examen. Cualquier otro tipo de comunicación o uso de dispositivos o materiales no autorizados supondrá la retirada del examen, lo cual será reflejado en el acta como **copia ilegal**.
- El examen debe realizarse con bolígrafo azul o negro.
- No puede utilizar ningún tipo de corrector (tipp-Ex) en la hoja de respuestas tipo test.
- No puede utilizar ninguna hoja que no haya sido entregada por algún miembro del tribunal de examen. Las hojas de respuesta deben ir numeradas en las casillas que aparecen en la parte inferior.
- El examen está traducido al inglés con el objetivo de facilitar la comprensión de las preguntas, pero **debe contestarse en español**. En caso de que considere que hay alguna diferencia de interpretación entre la parte en español y la parte traducida al inglés, prima el examen original realizado en español.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

La prueba consta de dos partes.

- **Primera parte de la prueba:** La calificación máxima de este bloque es de 5 puntos. Debe contestar a un **máximo de 10** preguntas de las 15 posibles. En caso de contestar más, solo se tendrán en cuenta las 10 primeras. Cada pregunta correcta suma 0.5 puntos, mientras que cada pregunta incorrecta resta 0.1 puntos. Las preguntas sin contestar o con doble marca no suman ni restan puntos. Las preguntas deben contestarse realizando una marca adecuada en la hoja de respuestas que se adjunta.
- **Segunda parte de la prueba:** La calificación máxima de este bloque es de 5 puntos. Cada problema se valora hasta 2.5. Se debe contestar **solamente una opción** con dos problemas de desarrollo. Redacte cada problema en hojas separadas. La parte de problemas se contestará en hojas aparte. **En caso de que se hagan dos problemas de dos opciones diferentes, solo se calificará el primer problema entregado.** De igual manera, si se hacen más de dos problemas solo se calificarán los dos primeros que sean válidos de acuerdo con la observación anterior.

Sólo debe entregar **la hoja de identificación, la hoja de lectura óptica y las hojas con los problemas desarrollados.**

 03100825		Matemáticas (PCE)		100
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD		
	Junio - 2022	Duración: 90 min.	EXAMEN: Tipo - Mixto	MODELO 51
Material: Calculadora no programable				Hoja 2 de 10

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA

Prueba de Competencia Específica. Matemáticas. Curso 2021/22.

PREGUNTAS TIPO TEST

Modelo 01.A

Conteste a un máximo de 10 cuestiones.

1 Para todo par A, B de matrices reales $n \times n$ arbitrarias:

- (A) Se cumple que $(A + B)^2 = A^2 + B^2$.
- (B) Se cumple que $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$.
- (C) Ninguna de las otras dos.

2 Para toda A matriz real 2×2 arbitraria, se cumple que:

- (A) Si $A^2 = A$, entonces $A^4 = A$.
- (B) Si A es simétrica, entonces $A^2 = A$.
- (C) Ninguna de las otras dos.

3 Toda A matriz real arbitraria cumple:

- (A) El rango de A es el número de filas no nulas.
- (B) $\text{rango}(A) = \text{rango}(-A)$.
- (C) Ninguna de las anteriores.

4 La matriz

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \text{sen } \alpha \\ -\text{sen } \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

donde $\alpha \in \mathbb{R}$:

- (A) Tiene $\text{rango}(A) = 1$ para ciertos valores de α .
- (B) Tiene $\text{rango}(A) = 2$ para todos los valores de α .
- (C) Ninguna de las otras dos.

5 Consideremos los planos $\pi : 2x + y + z = 1$, $\pi' : x + y - z = 0$.

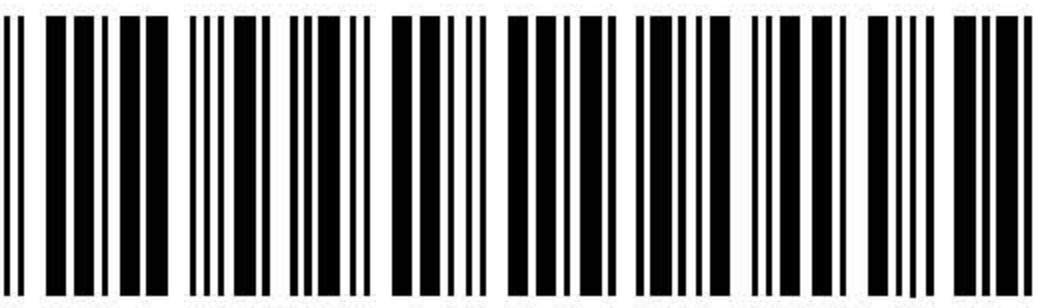

- (A) Su intersección es la recta $3x = 2y = 1$.
- (B) Su intersección es la recta $r : (-1, 2, 1) + \lambda(-2, 3, 1)$.
- (C) Ninguna de las otras dos.

6 Para todo par de vectores ortogonales \mathbf{u}, \mathbf{v} , si α es el ángulo que forman \mathbf{u} y $\mathbf{u} - \mathbf{v}$, entonces se cumple que:

(A) $\cos \alpha = \frac{\|\mathbf{u}\|}{\|\mathbf{u}\|^2 - \|\mathbf{v}\|^2}$

(B) $\cos^2 \alpha = \frac{\|\mathbf{u}\|^2}{\|\mathbf{u}\|^2 + \|\mathbf{v}\|^2}$

- (C) Ninguna de las otras dos.

 03100825		Matemáticas (PCE)		100
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD		
	Junio - 2022	Duración: 90 min.	EXAMEN: Tipo - Mixto	MODELO 51
Material: Calculadora no programable				Hoja 3 de 10

7 La recta en el espacio cuya ecuación es

$$\frac{x+3}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{-1}$$

- (A) Pasa por el punto $(3, 1, 0)$ y tiene vector director $(-2, 3, -1)$.
 (B) Pasa por el punto $(-2, 3, -1)$ y tiene vector director $(-3, -1, 1)$.
 (C) Ninguna de las otras dos.

8 La distancia del punto $P = (2, 4, 1)$ a la recta $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{1}$ es:

- (A) Menor que 1.
 (B) Mayor que 1.
 (C) Ninguna de las otras dos.

9 Consideremos la curva definida por $y = f(x)$. Entonces

- (A) Si la pendiente no está definida en algún punto de la curva, no existe la tangente en dicho punto.
 (B) Si la tangente a la curva es horizontal en un punto $(a, f(a))$ y f es derivable en a , entonces $f'(a) = 0$.
 (C) Ninguna de las otras dos.

10 Para que el área de la región limitada por la curva $y = -x^2 + ax$ (donde $a > 0$) y el eje Ox tenga un valor de 36 unidades, debe ser:

- (A) $a = 6$.
 (B) $a = 3\sqrt{3}$.
 (C) Ninguna de las otras dos.

11 La función

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

- (A) Tiene un máximo relativo en $x = 0$.
 (B) Tiene un mínimo relativo en $x = 0$.
 (C) Ninguna de las otras dos.

12 El valor de la integral

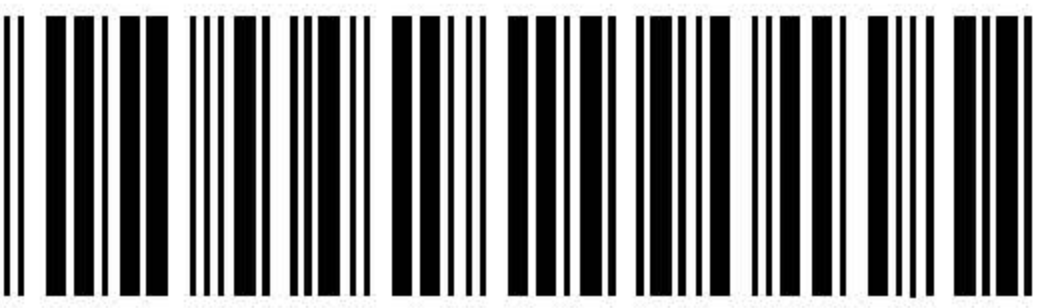

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} x^{2022} \operatorname{sen} \left(\frac{x^3}{\cos x} \right) dx$$

es:

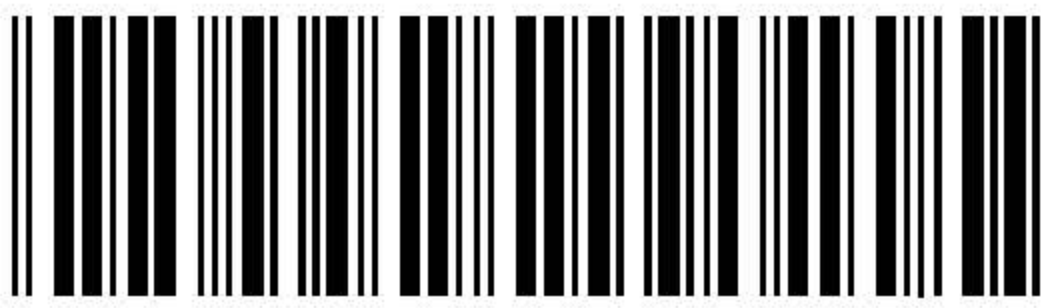

- (A) Menor que 1
 (B) Múltiplo de π
 (C) Ninguna de las otras dos.

13 Se tiene un conjunto de bolas azules y bnolas rojas en una bolsa. En total hay 25 bolas. Se saca una de ellas al azar y se sabe que las probabilidad de que sea roja es p , mientras que la probabilidad de que sea azul es $4p$. ¿Cuántas bolas azules hay en la bolsa?

- (A) Menos de 21 y más de 15.
 (B) Entre 5 y 10.
 (C) Ninguna de las otras dos.

 03100825		Matemáticas (PCE)		100
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD		
	Junio - 2022	Duración: 90 min.	EXAMEN: Tipo - Mixto	MODELO 51
Material: Calculadora no programable				Hoja 4 de 10

- 14 Se lanza una moneda trucada. La probabilidad de que en dos lanzamientos se obtengan dos caras es 0,16.
¿Cuál es la probabilidad p de obtener dos cruces?
- (A) $0,8 < p < 0,9$.
(B) $0,3 < p < 0,4$.
(C) Ninguna de las otras dos.
- 15 ¿Cuáles de las siguientes probabilidades pueden representar a dos eventos disjuntos A y B de un determinado espacio muestral?
- (A) $p(A) = 0,2$ y $p(B) = 0,67$.
(B) $p(A) = 0,5$ y $p(B) = 0,75$.
(C) Ninguna de las otras dos.

		Matemáticas (PCE)		100
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD		
03100825	Junio - 2022	Duración: 90 min.	EXAMEN: Tipo - Mixto	MODELO 51
Material: Calculadora no programable				Hoja 5 de 10

PREGUNTAS TIPO DESARROLLO

Modelo 1.A

Elija **una sola opción** y conteste a los problemas en **hojas separadas**.

Opción 1

1 Sea la matriz $C = A^2 - 4A - 6B$ donde $A = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Estudie el rango de C en función del valor del número real a .

2 Dada la función $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$:

- a) (0,25 puntos) Estudiar su dominio.
- b) (0,75 puntos) Determinar sus asíntotas.
- c) (0,75 puntos) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- d) (0,75 puntos) Calcular sus extremos relativos y dar un esbozo de su gráfica.

Opcion 2

3 Hallar las integrales indefinidas siguientes:

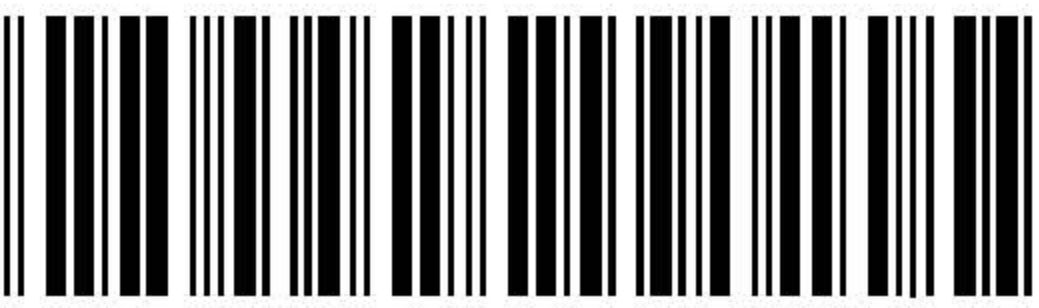

a) (1 punto)

$$\int x e^{x^2} dx$$

b) (1,5 puntos)

$$\int \sqrt{1 - x^2} dx$$

4 Se elige un número entero al azar entre 0 y 9999 (ambos incluidos). ¿Cual es la probabilidad de que el número elegido sea mayor que 4444 y múltiplo de 5?

 03100825	 Junio - 2022	Matemáticas (PCE)		100
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD		
Material: Calculadora no programable			EXAMEN: Tipo - Mixto	MODELO 51 Hoja 6 de 10

MATHEMATICS (PRUEBA DE COMPETENCIA ESPECÍFICA)
GENERAL INSTRUCTIONS AND EVALUATION CRITERIA

GENERAL INSTRUCTIONS

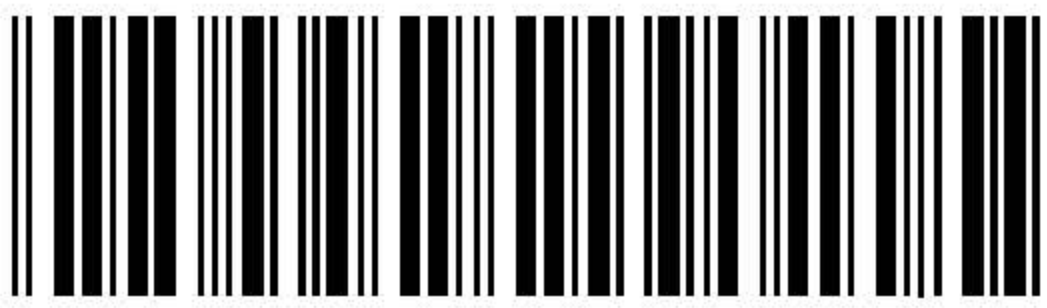

- The allowed time is 90 minutes.
- The use of a scientific calculator that does **not** have any of the following capabilities is allowed: Statistical calculation, matrix calculation, graphic representation, and any programming language. The use of computers, tablets, telephones, smart watches, or any type of electronic material or communication devices is not allowed.
- While doing the exam, you can interact only with the members of the examination board. Any other kind of communication or use of non-authorized devices or materials will lead to the expulsion of the examination hall, this being reflected in the minute as **illegal cheating**.
- Only black or blue ink pens are permitted.
- The use of any kind of correction fluid or tape (Tipp-Ex) is not allowed in the test answers sheet.
- It is not allowed to use any sheet not provided by a member of the examination board. The answers sheets must be consecutively numbered in the boxes located at the bottom of the page.
- This English translation is provided only to facilitate the understanding of statements, but **answers must be written exclusively in Spanish**. In case you detect any discrepancy of meaning between the Spanish and English statements, it will prevail the Spanish one.

GRADING CRITERIA

The exam consists of two parts.

- **First part:** The maximum grade for this block is 5 points. You must answer **a maximum of 10** test questions, out of the 15 provided. In case more than 10 questions are answered, only the first 10 will be taken into account. Each correct answer scores 0.5 points, while those incorrect, discounts 0.1 in the final grade. Blank answers or doubly-marked ones, do not sum neither subtract points. Answers must be given by making an appropriate mark in the attached (optical) answers sheet.
- **Second part:** The maximum grade for this block is 5 points. Each problem scores up to 2.5 points. **Only one of the two options must be answered**, each consisting of two problems that must be answered in separate sheets. Notice that **in case you answer two problems from different options, only the first one** will be counted. Similarly, if there are three or more problems, only the first valid two, according to the preceding remark, will be taken into account.

Only the **identification sheet, the optical sheet, and the sheets with the development problems** must be handed in to the examination board.

 03100825	 Junio - 2022	Matemáticas (PCE)		100
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD		
Material: Calculadora no programable			EXAMEN: Tipo - Mixto	MODELO 51 Hoja 7 de 10

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA

Prueba de Competencia Específica. Matemáticas. Curso 2021/22.

MULTIPLE CHOICE QUESTIONS

Model 01.A

Answer a maximum of 10 questions.

1 If A, B are arbitrary real $n \times n$ matrices:

- (A) it holds true $(A + B)^2 = A^2 + B^2$.
- (B) it holds true $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$.
- (C) None of the above.

2 For any real 2×2 arbitrary matrix A , it holds true:

- (A) If $A^2 = A$, then $A^4 = A$.
- (B) If A is symmetric, then $A^2 = A$.
- (C) None of the above.

3 Any arbitrary real matrix A satisfies:

- (A) The rank of A equals the number of non-null rows.
- (B) $\text{rank}(A) = \text{rank}(-A)$.
- (C) None of the above.

4 The matrix

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \text{sen } \alpha \\ -\text{sen } \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

where $\alpha \in \mathbb{R}$:

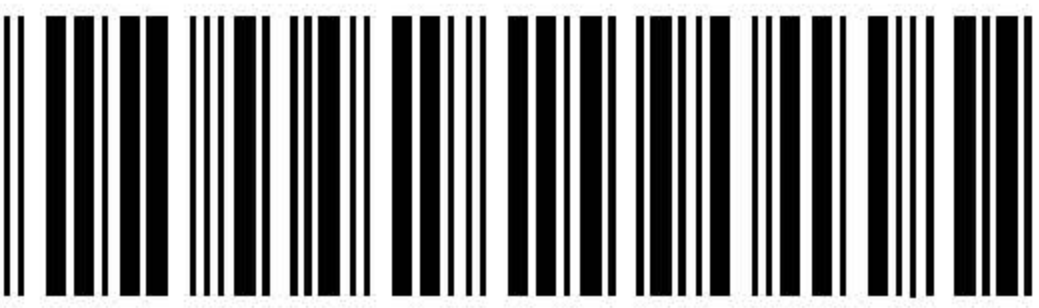

- (A) Has $\text{rank}(A) = 1$ for certain values of α .
- (B) Has $\text{rank}(A) = 2$ for all values of α .
- (C) None of the above.

5 Consider the planes $\pi : 2x + y + z = 1$, $\pi' : x + y - z = 0$.

- (A) Their intersection is the straight line $3x = 2y = 1$.
- (B) Their intersection is the straight line $r : (-1, 2, 1) + \lambda(-2, 3, 1)$.
- (C) None of the above.

6 For any pair of orthogonal vectors \mathbf{u}, \mathbf{v} , if α is the angle determined by \mathbf{u} and $\mathbf{u} - \mathbf{v}$, then it holds true:

- (A) $\cos \alpha = \frac{\|\mathbf{u}\|}{\|\mathbf{u}\|^2 - \|\mathbf{v}\|^2}$
- (B) $\cos^2 \alpha = \frac{\|\mathbf{u}\|^2}{\|\mathbf{u}\|^2 + \|\mathbf{v}\|^2}$
- (C) None of the above.

 03100825		Matemáticas (PCE)		100
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD		
	Junio - 2022	Duración: 90 min.	EXAMEN: Tipo - Mixto	MODELO 51
Material: Calculadora no programable				Hoja 8 de 10

7 The straight line in space whose equation is

$$\frac{x+3}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{-1}$$

- (A) Passes through the point $(3, 1, 0)$ and has direction $(-2, 3, -1)$.
- (B) Passes through the point $(-2, 3, -1)$ and has direction $(-3, -1, 1)$.
- (C) None of the above.

8 The distance between the point $P = (2, 4, 1)$ and the straight line $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{1}$:

- (A) Is less than 1.
- (B) Is greater than 1.
- (C) None of the above.

9 Consider the curve defined by $y = f(x)$. Then

- (A) If the slope is not defined at some point on the curve, the tangent at that point does not exist.
- (B) if the tangent to the curve is horizontal at a point $(a, f(a))$ and f is derivable at a , then $f'(a) = 0$.
- (C) None of the above.

10 In order that the area of the region bounded by the curve $y = -x^2 + ax$ (where $a > 0$) and the Ox axis, has a value of 36 units, it is necessary that:

- (A) $a = 6$.
- (B) $a = 3\sqrt{3}$.
- (C) None of the above.

11 The function

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

- (A) Has a relative maximum at $x = 0$.
- (B) Has a relative minimum at $x = 0$.
- (C) None of the above.

12 The value of the integral

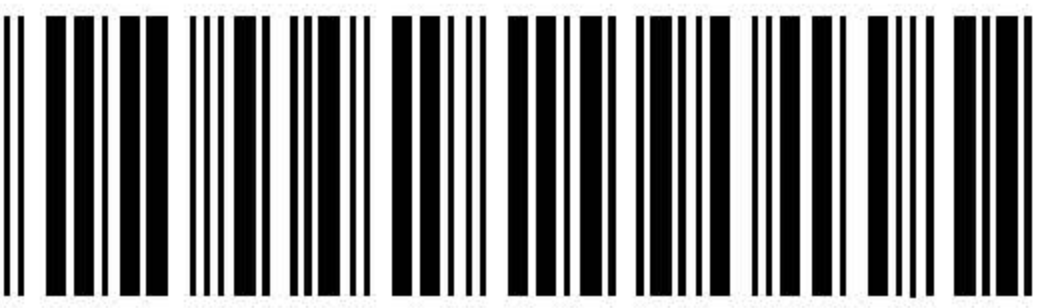

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} x^{2022} \operatorname{sen} \left(\frac{x^3}{\cos x} \right) dx$$

is:

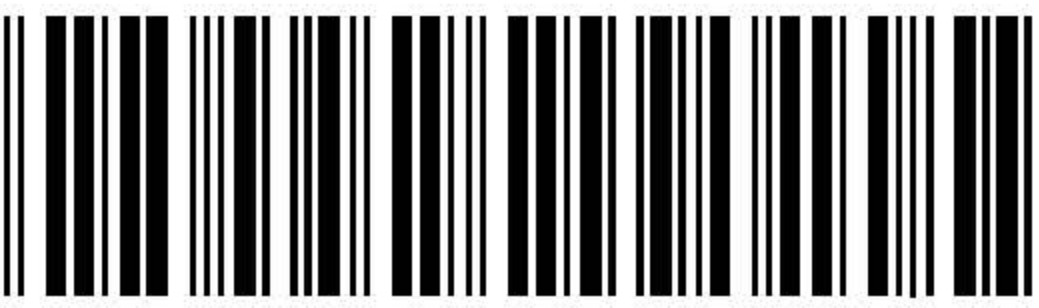

- (A) Less than 1
- (B) A multiple of π
- (C) None of the above.

13 We have a set of red marbles and blue marbles in a bag. There are a total of 25. We extract one of them and we know that the probability of getting a red one is p , while the probability of getting a blue marble is $4p$. How many blue marbles are in the bag?

- (A) Less than 21 and more than 15.
- (B) Between 5 and 10.
- (C) None of the above.

 03100825	 Junio - 2022	Matemáticas (PCE)		100
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD		
		Duración: 90 min.	EXAMEN: Tipo - Mixto	MODELO 51
Material: Calculadora no programable				Hoja 9 de 10

- 14 The probability of getting two heads in two tosses of a loaded coin is 0,16. What is the probability p of getting two tails?
- (A) $0,8 < p < 0,9$.
 (B) $0,3 < p < 0,4$.
 (C) None of the above.
- 15 Which of the following probabilities could represent two disjoint events, A and B , of a given sample space?
- (A) $p(A) = 0,2$ and $p(B) = 0,67$.
 (B) $p(A) = 0,5$ and $p(B) = 0,75$.
 (C) None of the above.

		Matemáticas (PCE)		100
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD		
03100825	Junio - 2022	Duración: 90 min.	EXAMEN: Tipo - Mixto	MODELO 51
Material: Calculadora no programable				Hoja 10 de 10

DEVELOPMENT QUESTIONS

Model 1.A

Choose just **one option**. Answer each problem on **separate** sheets of paper.

Option 1

1 Let C be the matrix $C = A^2 - 4A - 6B$ where $A = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}$ and $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Study the rank of C as a function of the value of the real number a .

2 Given the function $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$:

- (0.25 puntos) Study its domain.
- (0.75 puntos) Determine its asymptotes.
- (0.75 puntos) Determine its increasing-decreasing intervals.
- (0.75 puntos) Calculate its relative extrema and sketch its graph.

Option 2

3 Find the following indefinite integrals:

a) (1 point)

$$\int x e^{x^2} dx$$

b) (1.5 points)

$$\int \sqrt{1 - x^2} dx$$

4 An integer number is chosen at random between 0 and 9999 (both included). What is the probability that the chosen number is greater than 4444 and a multiple of 5?